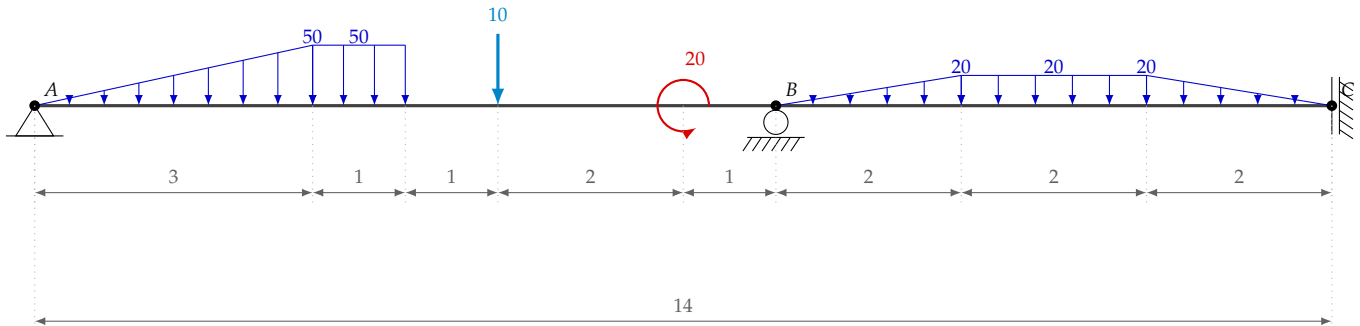


Teorema de los Tres Momentos (Clapeyron)

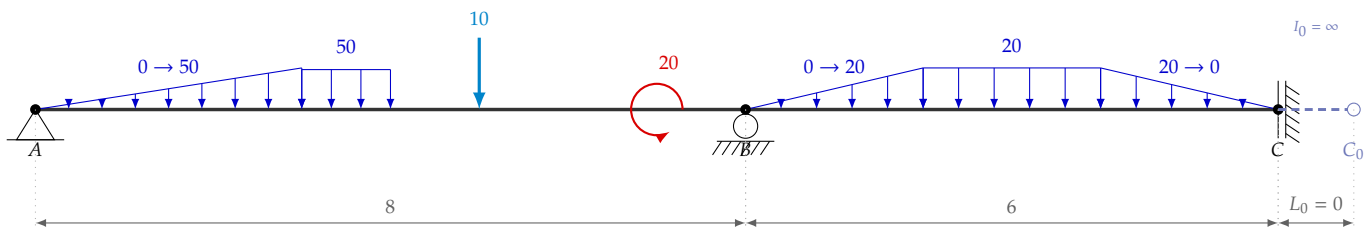
VIGA CONTINUA

EMI · solución paso a paso



Viga continua y numeración de apoyos.

Viga de cálculo



Viga de cálculo de Clapeyron: en azul, el tramo ficticio de luz nula del extremo empotrado.

Unidades de trabajo: L [m] F [kN] M [kNm] q [kN/m] δ [mm] E [kN/m²] A [m²] I [m⁴]

2. Ecuaciones de los tres momentos

Ecuación en el nudo B

Fórmula:

$$\bar{M}_A L_{AB} + 2\bar{M}_B (L_{AB} + L_{BC}) + \bar{M}_C L_{BC} = - (6\alpha_2^{AB} + 6\alpha_1^{BC})$$

Cálculo: TRAMOS: ABC EI constante: Coeficientes:

$$L_{AB} = 8 \text{ m}$$

$$L_{BC} = 6 \text{ m}$$

Rotaciones en los apoyos: Tramo AB: (con w de 0 a 50 kN/m en $[0, 3]$)

$$\alpha_2 = \int_0^3 w(x) \frac{x(L-x)(L+x)}{6L} dx$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = 183.1$$

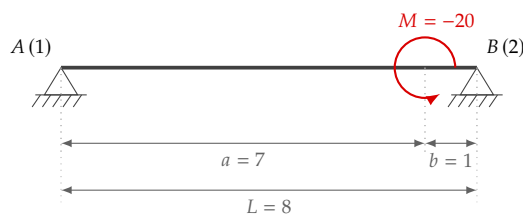
(con $w = 50$ kN/m en $[3, 4]$)

$$\alpha_2 = \int_3^4 w(x) \frac{x(L-x)(L+x)}{6L} dx$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = 187.8$$

$$\alpha_2 = \frac{P a b}{6L} (a + L)$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = 40.62$$



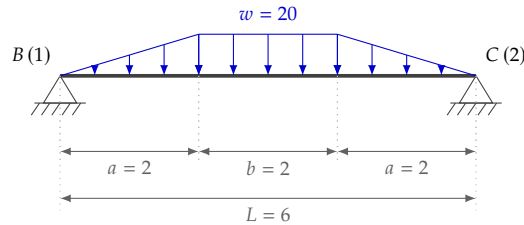
Esquema de carga del tramo AB con sus medidas: es el caso 11 de la tabla, con el apoyo 1 en A y el 2 en B. El arco lleva el sentido real del par; su valor en el convenio de la tabla —horario positivo— es $M = -20$.

$$\alpha_2 = M \frac{L}{6} \left(1 - \frac{3a^2}{L^2} \right)$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = 34.58$$

$$\Rightarrow \alpha_2^{\text{total}} = 183.1 + 187.8 + 40.62 + 34.58 = 446.1$$

Tramo BC:



Esquema de carga del tramo BC con sus medidas: es el caso 9 de la tabla, con el apoyo 1 en B y el 2 en C.

$$\alpha_1 = \frac{w}{24} [L^3 - a^2 (2L - a)]$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 146.7$$

Ecuación de los tres momentos:

$$\underbrace{\bar{M}_A \cdot 8 + 2 \bar{M}_B \cdot (8 + 6) + \bar{M}_C \cdot 6}_{=0} = - (6 \cdot 446.1 + 6 \cdot 146.7)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\bar{M}_A \cdot 8 + 2 \bar{M}_B \cdot (8 + 6) + \bar{M}_C \cdot 6}_{=0} = - (2677 + 880)$$

$$\Rightarrow 28 \bar{M}_B + 6 \bar{M}_C = -3557 \dots \text{(I)}$$

Ecuación en el nudo C

Fórmula:

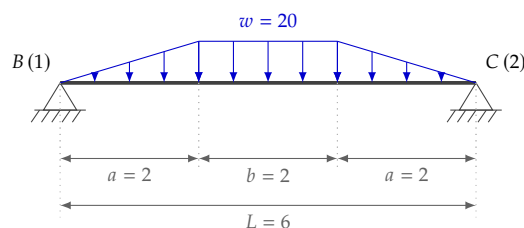
$$\bar{M}_B L_{BC} + 2 \bar{M}_C (L_{BC} + c_0) + \bar{M}_{C_0} c_0 = - (6 \alpha_2^{BC} + 6 \alpha_1)$$

Cálculo: TRAMOS: BCC₀ EI constante: Coeficientes:

$$c_0 = \frac{L_0}{EI_0} = \frac{0}{\infty} = 0$$

$$L_{BC} = 6 \text{ m}$$

Rotaciones en los apoyos: Tramo BC:



Esquema de carga del tramo BC con sus medidas: es el caso 9 de la tabla, con el apoyo 1 en B y el 2 en C.

$$\alpha_2 = \frac{w}{24} [L^3 - a^2 (2L - a)]$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = 146.7$$

Ecuación de los tres momentos:

$$\bar{M}_B \cdot 6 + 2 \bar{M}_C \cdot (6 + c_0) + \underbrace{\bar{M}_{C_0} \cdot c_0}_{=0} = - (6 \cdot 146.7)$$

$$\Rightarrow \bar{M}_B \cdot 6 + 2 \bar{M}_C \cdot (6 + c_0) + \underbrace{\bar{M}_{C_0} \cdot c_0}_{=0} = - (880)$$

$$\Rightarrow 6 \bar{M}_B + 12 \bar{M}_C = -880 \dots \text{(II)}$$

3. Resolución del sistema

Fórmula: $\bar{M}_B, \bar{M}_C$ — 2 incógnita(s)

Cálculo: Sistema de ecuaciones:

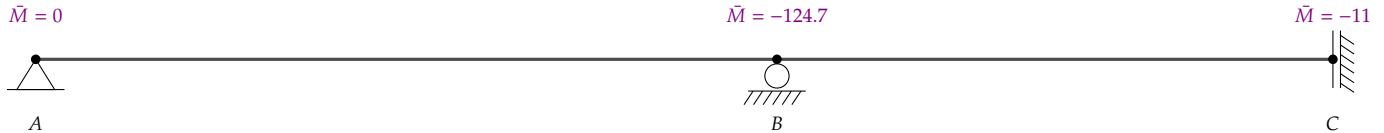
$$\Rightarrow 28 \bar{M}_B + 6 \bar{M}_C = -3557 \quad (\text{I})$$

$$\Rightarrow 6 \bar{M}_B + 12 \bar{M}_C = -880 \quad (\text{II})$$

$$\begin{bmatrix} 28 & 6 \\ 6 & 12 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{M}_B \\ \bar{M}_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -3557 \\ -880 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{M}_B = -124.7 \text{ kN m}$$

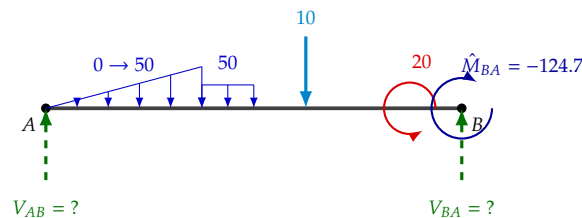
$$\Rightarrow \bar{M}_C = -11 \text{ kN m}$$



Momentos flectores finales en los apoyos.

4. Determinación de las reacciones

Tramo AB



Cálculo:

$$(\cup +) \sum M_B = 0 \Rightarrow -V_{AB}(8) + 0 + (-124.7) + 725 = 0 \quad \dots (\text{I})$$

$$(\uparrow +) \sum F_y = 0 \Rightarrow V_{AB} + V_{BA} + (-135) = 0 \quad \dots (\text{II})$$

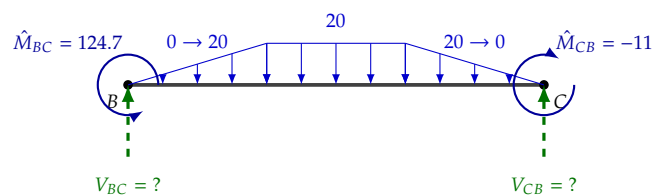
$$\Rightarrow V_{AB} = \frac{0 + (-124.7) + 725}{8}$$

$$\Rightarrow V_{AB} = 75.04 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow V_{BA} = 135 - 75.04$$

$$\Rightarrow V_{BA} = 59.96 \text{ kN}$$

Tramo BC



Cálculo:

$$(\cup +) \sum M_C = 0 \Rightarrow -V_{BC}(6) + 124.7 + (-11) + 240 = 0 \quad \dots (\text{I})$$

$$(\uparrow +) \sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC} + V_{CB} + (-80) = 0 \quad \dots (\text{II})$$

$$\Rightarrow V_{BC} = \frac{124.7 + (-11) + 240}{6}$$

$$\Rightarrow V_{BC} = 58.94 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow V_{CB} = 80 - 58.94$$

$$\Rightarrow V_{CB} = 21.06 \text{ kN}$$

Reacciones totales en apoyos

Fórmula:

$$R_{\text{nudo}} = \sum_{\text{tramos}} V_{\text{tramo,nudo}}$$

Cálculo: Reacciones en apoyos:

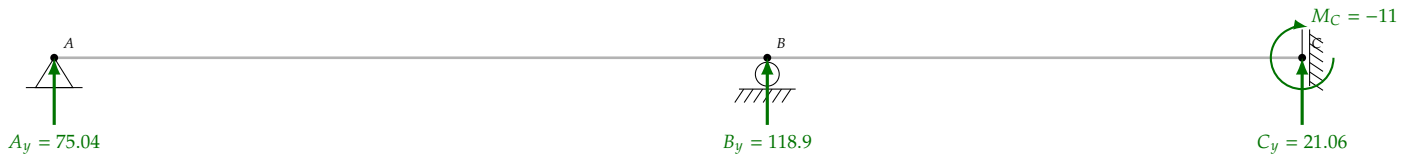
$$A_y = V_{AB} = 75.04 \text{ kN}$$

$$B_y = V_{BA} + V_{BC} = 59.96 + 58.94 = 118.9 \text{ kN}$$

$$C_y = V_{CB} = 21.06 \text{ kN}$$

Momentos de reacción en los empotramientos

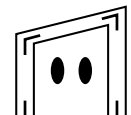
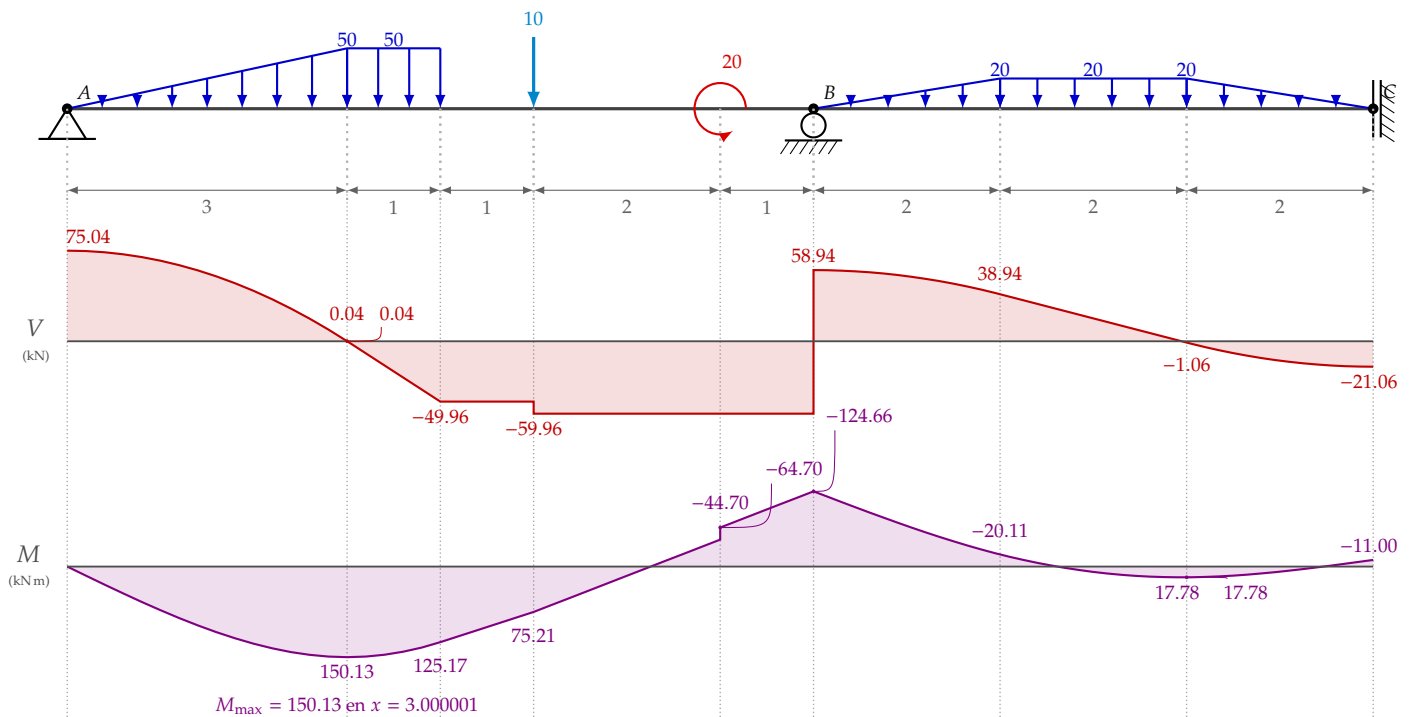
$$M_C = \hat{M}_{CB} = -11 \text{ kN m}$$



Reacciones de la viga continua.

Diagramas de fuerzas internas

Esfuerzo axial N , fuerza cortante V y momento flector M



Generado con EMI: calculadora estructural online: emiestruc.com